

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

REKENAFDELING

Het tekenen van formules; beschrijving van de invoer.

door

P.J.W. ten Hagen

en

K.B. Thio.

NR 1



april 1967

The Mathematical Centre at Amsterdam, founded the 11th of February, 1946, is a non-profit institution aiming at the promotion of pure mathematics and its applications, and is sponsored by the Netherlands Government through the Netherlands Organization for the Advancement of Pure Research (Z.W.O.) and the Central Organization for Applied Scientific Research in the Netherlands (T.N.O.), by the Municipality of Amsterdam and by several industries.

Het tekenen van formules: beschrijving van de invoer.

Deze notatie schetst de vorm, waaraan de invoer moet voldoen van een programma, dat mathematische formules kan weergeven op een 2-dimensionaal medium. Het bewuste programma gebruikt hiervoor, bij wijze van voorbeeld, de aan de X1 van het M.C. gekoppelde Calcomp plotter. Het werd geschreven door P.J.W. ten Hagen en K.B. Thio in overleg met de heren H. Brandt Corstius en F.E.J. Kruseman Aretz in opdracht van derden.

Het invoeren.

Ten behoeve van de experimenten is als invoercode gekozen de M.C.-flexowritercode. Dit is echter geen beperking, in principe is elke 5-, 7- of 8- gastcode toelaatbaar.

Voor de eenvoud is de karakterset beperkt tot de volgende symbolen:

- a) De cijfers 0 t/m 9;
- b) het alfabet a t/m z (in kleine letters);
- c) het alfabet A t/m Z (in hoofdletters);
- d) de symbolen =, >, <, ≤ en ≥, die relaties aanduiden.
 ≤ en ≥ worden ingevoerd als een onderstropping gevolgd door < resp. >;
- e) de symbolen : +, -, ×, / en ↑, die arithmetrische operaties aanduiden. ↑ wordt ingevoerd als een rechtopstaande streep, gevolgd door: ^;
- f) de hakenparen: (..) en {...}.

{...} worden ingevoerd als een rechtopstaande streep gevolgd door (resp.), ze worden verder "extra haakjes" genoemd;

- g) het vierkante hakenpaar [...], waarmee een index wordt aangegeven.

b.v. $A[i]$ is A_i

$A[i;j]$ is A_i^j . Onder- en bovenindex worden gescheiden door een puntkomma.

- h) het integraalteken: $\int$; ingevoerd als: int(.....). Dus i, n en t onderstreept, gevolgd door een paar ronde haken. Deze haken maken deel uit van het symbool voor de integraal!

Tussen de haken staat de integrand en eventueel de onder- en bovengrens, onderling gescheiden door punt-komma's.

b.v. $\underline{\text{int}}(x \, dx; 0; 1)$ is $\int_0^1 x \, dx$

$\underline{\text{int}}((\sin(1-t^2)/t) \times dt)$ is de invoer van $\int \frac{\sin(1-t^2)}{t} dt$.

Het som-teken $\sum$, ingevoerd als sig(.....), verder analoog aan het integraalteken.

b.v. $\underline{\text{sig}}(k \, A[k;2]; k = 1;n)$ is de invoer van $\sum_{k=1}^n k \, A_k^2$.

Het product teken $\prod$, ingevoerd als pi(.....), analoog aan de integraal.

b.v. $\underline{\text{pi}}(A[i]+B[i])^2; i = 1;n)$ is de invoer van $\prod_{i=1}^n (A_i+B_i)^2$.

i) de puntkomma:.; welke voorlopig dienst doet als scheidingssymbool.

De uitbreiding tot andere symbolen (b.v. vierkantswortel en griekse letters) is niet moeilijk.

De formule moet worden ingevoerd als een lineaire ketting van symbolen. Het zal daarom in sommige gevallen nodig zijn extra tekens toe te voegen, die niet gezet worden, maar uitsluitend dienen om de twee-dimensionale structuur van de formule aan te geven.

b.v. $\frac{a+b}{c+d}$ invoeren als $\{a+b\}/\{c+d\}$,
 e^{p+q} invoeren als $e\uparrow\{p+q\}$,
 $e^{p_{ki}}$ invoeren als $e\uparrow p \times ki$,
 $e^{p_{ki}}$ invoeren als $e\uparrow p_{ki}$.

In een aantal gevallen mogen dergelijke extra tekens worden weggelaten. Het programma interpreteert dan de karakterstring op de volgende wijze:

Als in eerste instantie bij elkaar behorend worden opgevat:

1e. Elke rij karakters die uitsluitend uit letters of cijfers bestaat.

b.v. getallen : 1234 of 538000
 woorden : jan, sinx, ab, tgx
 combinaties: 12 ab of 2plrdr.

2e. Elke groep tussen een haakjespaar (zowel ronde als extra haakjes)

b.v. $(a+b)$, $\{a+b\}$
 $\{((a+b)/(c+d))\}$.

3e. Elke rij karakters als genoemd onder 1e. gevolgd door een groep tussen ronde haakjes:

b.v. $\sin(x+y)$ of $f(x)$ of $\ln(\{1+x\}/\{1-x\})$.
 de laatste is de invoer van $\ln(\frac{1+x}{1-x})$
 of: 12ab(x+y).

4e. Elke rij karakters genoemd onder 1e. gevolgd door een groep tussen een vierkant hakenpaar (index).

b.v. $A[i]$ voor A_i .
 $\text{eps}[k=1]$ voor $\text{eps}_{k=1}$

Tussen de vierkante haken kan achter de onder-index ook een boven-index staan:

b.v. $A[i;kj] \quad A_i^{kj}.$

Altijd eerst de onder-index ponsen!

N.B. Een vorm tussen vierkante haken is altijd de index van iets, moet dus altijd voorafgegaan worden door een rij karakters als onder 1e. of een groep tussen ronde haken.

5e. Een groep tussen ronde haakjes gevolgd door een groep tussen vierkante haakjes.

b.v. $(dx/dy) [x=0;2]$ voor: $(\frac{dx}{dy})^2_{x=0}.$

6e. Het integraal-teken samen met het hakenpaar waar tussen de integrand en eventueel de onder- en bovengrens staan.

Analoog: som- en productteken.

De brokken 1) t/m 6) worden nu aan elkaar geregen door de symbolen genoemd onder d) en e). Dit gebeurt nu in een bepaalde volgorde:

A. De groepen waar tussen het symbool $\uparrow$ staat.

Hiermee wordt een exponent of een boven-index aangegeven (superieur).

b.v. $a \uparrow b$ is de invoer van a^b
 $a \uparrow (b+c)$ is de invoer van a^{b+c}
 $a \uparrow bc$ is de invoer van a^{bc}
 $a \uparrow \sin(x+y)$ is de invoer van $a^{\sin(x+y)}$
 $\sin \uparrow 2$ is de invoer van $\sin^2$

N.B. $A[i] \uparrow j$ is de invoer van A_i^j

Let op het verschil met:

$A[i;j]$, dit is de invoer van A_i^j , dus nu met superieur en inferieur recht onder elkaar!

B. De groepen 1) t/m 6) en A waartussen het symbool $/$ of $\times$ staat.

$/$ geeft een horizontale deelstreep aan, $\times$ plaatst twee groepen naast elkaar.

$a \times b$ is de invoer van ab , in dat geval kan men dus het maalteken weg laten en eenvoudig ponsen: ab .

Regel: men mag steeds het maalteken weglaten als zowel links als rechts er van een groep genoemd onder 1) staat.

b.v. $\sin x \times \cos x$ is de invoer van $\sin x \cos x$, hiervoor ponst men eenvoudig: $\sin x \cos x$.

$12 \times \sin x$ is het zelfde als $12 \sin x \Rightarrow 12 \sin x$.

$(a+b) \times (c+d)$ is de invoer van $(a+b)(c+d)$.

$2p \ln(x+y) \times \int_0^1 (x+1)^2 dx; 0; 1)$ is de invoer van:

$$2p \ln(x+y) \int_0^1 (x+1)^2 dx.$$

$$a \uparrow b \times c \uparrow d \Rightarrow a^b c^d$$

$$\sin \uparrow 2 \times x \Rightarrow \sin^2 x$$

$$\sin x \uparrow 2 \Rightarrow \sin x^2$$

En de deelstreep

a/b	is de invoer van	$\frac{a}{b}$
$a \uparrow 2 / b$	" " " "	$\frac{a^2}{b}$
$a / b \uparrow 2$	" " " "	$\frac{a}{b^2}$
$(a/b) \uparrow 2$	" " " "	$(\frac{a}{b})^2$

Regel: Staat tussen een aantal groepen hetzelfde teken of een teken van de zelfde rangorde, dan is de volgorde van tegen elkaar plaatsen van links naar rechts.

Door deze regel en de extra haakjes wordt aangegeven bij welke 2 groepen de deelstreep hoort.

$(a+b)/c$	is de invoer van	$\frac{a+b}{c}$
$(a+b)/c/d$	" " " "	$\frac{a+b}{\frac{c}{d}}$
$(a+b)/(c/d)$	" " " "	$\frac{a+b}{\frac{c}{d}}$
$e/(a+b)$	" " " "	$\frac{e}{a+b}$
$c/d/(a+b)$	" " " "	$\frac{\frac{c}{d}}{a+b}$
$c/(d/(a+b))$	" " " "	$\frac{c}{\frac{d}{a+b}}$

$$\begin{aligned}
 a/b \times c & \Rightarrow \frac{a}{b} c \\
 (a+b) \times c/d & \Rightarrow \frac{(a+b)c}{d} \\
 (a+b)/(c+d) \times e & \Rightarrow \frac{a+b}{c+d} e.
 \end{aligned}$$

C. De groepen 1) t/m 6), A en B waartussen de symbolen + of - staan. In tegenstelling met de gevallen A en B mag een groep (1 t/m 6, A of B) ook voorafgegaan worden door + of -.

Voorbeelden:

sin x+a	is de invoer van	sin x+a
a+2+b	" " " "	a ² +b
a+(2+b)	" " " "	a ^{2+b}

$$(a+b)/c/d+p \Rightarrow \frac{\frac{a+b}{c}}{d} + p$$

$$(a+b)/(c/d)+p \Rightarrow \frac{a+b}{\frac{c}{d}} + p$$

$$-(a+b) \Rightarrow -(a+b)$$

$$+a/b \Rightarrow + \frac{a}{b}$$

$$(+a)/b \Rightarrow \frac{+a}{b}$$

$$-a/b+(c+d)/(e+f) \Rightarrow -\frac{a}{b} + \frac{c+d}{(e+f)}$$

D. De groepen 1) t/m 6), A, B en C waartussen of waarvoor een van de symbolen genoemd onder d) staat.

$$\text{b.v. } (a+b)/c = d; \quad \Rightarrow \quad \frac{a+b}{c} = d$$

$$(A[i;jk] + B[k])/e = -(f+p)/i \quad \text{is de invoer van}$$

$$\frac{A_i^{jk} + B_k}{e} = -\frac{(f+p)}{i}$$

Tot slot nog enkele opmerkingen:

Ponsingen voor een nieuwe regel, spaties en tabulaties worden bij de verwerking overgeslagen. Het programma voorziet hier zelf in.

Symbolen om extra wit etc. aan te geven kunnen o.i. beter ingevoerd worden als het programma uitgebreid wordt om de tekst te behandelen

waar de formules tussen komen te staan.

Achter iedere formule hoort een puntkomma te staan (als afscheiding van de volgende formule).

Achter de laatste formule komen twee puntkomma's (om einde band aan te geven).

Voorlopig moet iedere formule op één regel gezet kunnen worden.

Er mogen niet meer formules ingevoerd worden dan er onder elkaar op één pagina kunnen.